

LNF-62/111

M.A. Locci, F. Pandarese, M. Puglisi: INDAGINE PRELIMINARE
SULL'ANDAMENTO DELLA CURVA DI DISCRIMINAZIONE DEL DISCRIMI-
NATORE A DIODO TUNNEL IN FUNZIONE DEL VALORE DEGLI ELEMEN-
TI PARASSITI DEL DIODO STESSO.

Nota interna: n° 177

22 Dicembre 1962.

Laboratori Nazionali di Frascati del C.N.E.N.
Servizio Documentazione

LNF-62/111

Nota interna: n° 177
22 Dicembre 1962

M.A. Locci, F. Pandarese, M. Puglisi: INDAGINE PRELIMINARE SULL'ANDAMENTO DELLA CURVA DI DISCRIMINAZIONE DEL DISCRIMINATORE A DIODO TUNNEL IN FUNZIONE DEL VALORE DEGLI ELEMENTI PARASSITI DEL DIODO STESSO.

Sommario

Si definiscono i parametri fondamentali per mezzo dei quali può venir descritto il comportamento dinamico di un discriminatore a diodo tunnel.

Vengono riportate le limitazioni quantitative sufficienti a garantire variazioni della soglia di discriminazione in condizioni dinamiche inferiori al 5% al valore della soglia statica. Viene proposto un fattore di merito.

Introduzione

In vista della crescente importanza dei discriminatori a diodo tunnel impiegati nella sperimentazione ad alta energia, dove i tempi risolutivi devono essere notevolmente brevi, è utile conoscere quale sia il comportamento di tali discriminatori ed entro quali limiti è consigliabile il loro impiego.

L'analisi che noi riportiamo deve servire a definire le prestazioni limite ottenibili da un diodo tunnel che risponde a certe caratteristiche date dal costruttore.

Come è noto, il calcolo di un circuito contenente diodi tunnel è sempre complesso in quanto occorre tener conto della non linearità del diodo stesso.

L'impossibilità pratica di dare una soluzione analitica delle equazioni che si deducono ha reso necessario affrontare la via numerica. I diagrammi riportati, che derivano dalla integrazione numerica dell'equazione del circuito scritta per i vari casi, consentono una immediata valutazione delle prestazioni limite che si possono richiedere ad un discriminatore a diodo tunnel.

1) - Circuito equivalente e tipo di eccitazione.

Il circuito equivalente che prenderemo in esame è quello dato in Fig. 1.

Gli elementi parassiti che vengono presi in considerazione sono i seguenti:

- 1°) La capacità C che si suppone in parallelo al diodo Tunnel e che coincide con la capacità della giun-

zione.*

- 2°) La resistenza R dell'elemento che costituisce il diodo stesso.
- 3°) L'induttanza L del collegamento.

Occorre anche specificare la forma e l'ampiezza della funzione eccitatrice $V_g(t;E)$ in quanto, dovendosi affrontare una analisi non lineare, conviene scegliere quella forma che meglio interpreta gli impulsi formati dai rivelatori che comandano i discriminatori.

Poiché generalmente gli impulsi derivano dai fotomoltiplicatori, si è assunta come funzione eccitatrice una forma biesponenziale individuata da due costanti di tempo τ_1 e τ_2 il cui rapporto è stato preso uguale a 5.

Ciò corrisponde alla usuale approssimazione nella quale si tiene conto delle caratteristiche del fototubo e del circuito di uscita.

In Fig. 2 è data la forma della funzione eccitatrice.

2) - Impostazione del calcolo.

Con riferimento al circuito equivalente dato in Fig. 1 le equazioni di equilibrio sono:

* NOTA. In tutte le trattazioni si è supposto che questa capacità fosse costante ossia indipendente dalle variazioni di tensione.

$$(1) \left\{ \begin{aligned} \frac{dV_d}{dt} &= -\frac{V}{CR_p} - \frac{f(V_d)}{C} + \frac{Vg(t;E)}{R_g C} + \frac{R_b}{R_b C} \\ \frac{dV}{dt} &= -V \frac{R+R_p}{L} + V_d \frac{R}{L} + \frac{R}{L} \frac{R_p}{R_g} Vg(t;E) + \\ &+ \frac{R_p}{R_g} \frac{dVg(t;E)}{dt} + \frac{R_p}{R_b} \frac{R}{L} V_b \end{aligned} \right.$$

Nelle equazioni (1) sono stati adottati i seguenti simboli: $Vg(t;E)$ è la tensione variabile che eccita il diodo tunnel; questa è indicata come funzione del tempo e di una certa ampiezza E .

V_b è la tensione di polarizzazione; R_g, R_b, R_L sono rispettivamente la resistenza di uscita del generatore; la resistenza propria del circuito di polarizzazione e la resistenza di carico.

R_p è la resistenza totale del circuito esterno al diodo tunnel e vale

$$R_p = \frac{R_g R_b R_L}{R_g R_b + R_g R_L + R_b R_L}$$

R, L, C sono i parametri caratteristici del diodo tunnel; V_d e V sono rispettivamente la tensione applicata al diodo tunnel e la tensione in uscita. Ovviamente queste sono funzioni del tempo. Con $f(V_d)$ si è indicata la funzione che definisce la caratteristica statica del diodo tunnel.

Come è stato dimostrato [1] tale caratteristica ha la forma data dalle equazioni (2) e cioè:

$$(2) \left\{ \begin{aligned} f(V_d) &= K_1 (V_d - V_p)^2 + K_2 \quad V_d \leq V_x \\ f(V_d) &= K_3 (V_v - V_d)^2 + K_4 \quad V_d > V_x \end{aligned} \right.$$

In queste equazioni V_p e V_v (dette rispettivamente tensioni di picco e di valle) sono caratteristiche del diodo in questione; mentre V_x è la tensione per la quale il modulo della resistenza negativa propria del diodo tunnel ha il valore minimo.

In appendice è riportato il metodo per ricavare le equazioni (1).

Definiamo ora, analiticamente, la funzione eccitatrice il cui andamento è stato riportato in Fig. 2.

In base alle considerazioni fatte si è assunta la seguente forma:

$$(3) \quad V_g(t; E) = \frac{E}{\left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^{-\frac{\tau_2}{\tau_2-\tau_1}} - \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^{-\frac{\tau_1}{\tau_2-\tau_1}}} \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$$

dove τ_1 e τ_2 sono le costanti di tempo caratteristiche della funzione eccitatrice ed E è l'ampiezza massima che la tensione di eccitazione può assumere. Ciò appare immediato in quanto il termine a denominatore della (3) è stato scelto in modo da normalizzare ad uno il valore della parte di funzione eccitatrice che dipende dalle costanti

τ_1 e τ_2

3) - Normalizzazione e risoluzione delle equazioni del circuito.

La risoluzione del sistema delle equazioni (1) fornisce l'andamento, nel tempo, della tensione che si manifesta ai capi della resistenza di uscita R_p .

La $f(V_d)$ può essere scritta in forma più comoda ai fini del calcolo da fare e cioè:

$$(4) \quad f(V_d) = I_p \psi(V_d; V_p; V_v; I_p/I_v) = I_p \Phi$$

dove la funzione Φ dipende dal particolare materiale che costituisce il diodo tunnel e dal rapporto I_p/I_v tra le correnti di picco e di valle proprie del diodo tunnel.

Questo rapporto verrà tenuto costante in tutta l'analisi che segue; ciò significa che ci limiteremo a considerare solamente il caso di diodi al germanio per i quali il rapporto $\frac{I_p}{I_v}$ è uguale a circa 11. Supporremo cioè che tutti i diodi dei quali ci occupiamo siano simili il che implica che abbiano caratteristiche che differiscono tra di loro per un fattore di scala. Introduciamo ora le seguenti posizioni:

$$(5) \quad x = \frac{t}{\tau_1} \quad \tau_L = \frac{L}{R_p} \quad \tau_c = R_p C$$

Tenendo conto delle (4) e (5) il sistema delle (1) diventa:

$$(1') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\tau_c}{\tau_1} \frac{dV_d}{dx} = -V - R_p I_p \left[\Phi - \frac{V_0(x; E)}{R_g I_p} - \frac{V_d}{R_b I_p} \right] \\ \frac{\tau_L}{\tau_1} \frac{dV}{dx} = -V \left(1 + \frac{R}{R_p} \right) + V_d + \frac{\tau_L}{\tau_1} \frac{R_p I_p}{R_g I_p} \frac{dV_0(x; E)}{dx} + R \left(\frac{V_0(x; E)}{R_0} + \frac{V_d}{R_b} \right) \end{array} \right.$$

Allo scopo di ottenere il massimo delle informazioni dalla integrazione delle 1' operiamo tre trasformazioni che esplicitano la dipendenza delle soluzioni dal valore numerico dei parametri:

poniamo cioè

$$(6) \quad K = \frac{E}{E_s} \quad ; \quad \frac{V_g(x;K)}{R_g} = K I_g(x) \quad *$$

dove con E_s si è indicato il valore della soglia statica di discriminazione. Ossia E_s è quella tensione continua che, a parità di altre condizioni, dovrebbe erogare il generatore V_g per far "scattare" il diodo tunnel.

Poniamo ancora

$$(7) \quad \delta_g(x) = \frac{I_g(x)}{I_p} \quad ; \quad \delta_b = \frac{I_b}{I_p}$$

$$\text{dove ovviamente } I_g(x) = \frac{V(x)}{R_g} \quad ; \quad I_b = \frac{V_b}{R_b}$$

Con le posizioni ora dette il sistema delle (1') diventa

$$(8) \quad \begin{cases} \frac{\tau_c}{C_1} \frac{dV}{dx} = -V - R_p I_p [\phi - K \delta_g(x) - \delta_b] \\ \frac{\tau_c}{C_1} \frac{dV}{dx} = -V \left(1 + \frac{R}{R_p}\right) + V_a + \frac{\tau_c}{C_1} R_p I_p K \frac{d\delta_g(x)}{dx} + R I_p [K \delta_g(x) + \delta_b] \end{cases}$$

Le equazioni (8) hanno la forma voluta e ci proponiamo di vedere sotto quali ipotesi i parametri $\frac{\tau_c}{C_1}$; $\frac{\tau_c}{C_1}$; $R_p I_p$ sono quelli che caratterizzano essenzialmente la soluzione. Possiamo infatti osservare che il termine $\frac{R}{R_p}$ è molto minore di 1 e nel caso della presente analisi va

* NOTA. Poiché $V_g(x;E) = E V_g(x)$ come risulta dalla (3) e tenendo conto che ovviamente $\frac{V_g(x)}{R_g} = I_g(x)$ ne consegue che

$$\frac{E}{E_s} \cdot \frac{V_g(x)}{R_g} = \frac{E}{E_s} I_g(x) = K \frac{V_g(x)}{R_g}$$

da cui per quanto detto risulta

$$\frac{K V_g(x)}{R_g} = \frac{V_g(K;x)}{R_g} = K I_g(x)$$

ria da 0,04 a 0,012 e ciò perchè la R_p deve essere sempre maggiore del modulo della resistenza negativa offerta dal diodo tunnel. Il fattore $R I_p$, che compare nell'ultimo termine del secondo membro della seconda delle (8) è stato assunto costante supponendo che i diodi con I_p elevato abbiano R piccolo, e che viceversa, i diodi con I_p piccoli abbiano R grande.

Ritenere $R I_p$ costante, è una ipotesi criticabile ma praticamente accettabile stante la piccolezza del termine in questione che, come si può vedere a posteriori, influisce poco ($\sim 1\%$) sull'andamento quantitativo dei fenomeni. Nella presente analisi si è assunto: $R I_p = 30$ mV.

Ne consegue che, nelle equazioni (8), a parte il piccolo termine correttivo $\frac{R}{R_p}$, i coefficienti che determinano tutto l'andamento del fenomeno sono

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} ; \frac{\tau_2}{\tau_1} ; R_p I_p$$

4) - Curva di discriminazione e fattore di merito.

L'integrazione del sistema della (8) fornisce due funzioni $V(x, K)$ e $V_d(x, K)$ che sono rispettivamente le ampiezze nel tempo (normalizzato) delle tensioni ai capi del carico e del diodo tunnel.

L'andamento di queste funzioni varia al variare di K e per ogni valore di K ciascuna delle due funzioni ha

un massimo (x) .

Detto X_m l'istante per il quale si ha il massimo della $V(x,k)$ sono stati costruiti i diagrammi

$$\begin{cases} V_m = \psi_1(K) \\ X_m = \psi_2(K) \end{cases}$$

che sono stati assunti rispettivamente come curva di discriminazione e curva dei ritardi. A scopo esemplificativo riportiamo nella Fig. 3a) e b) un esempio particolare.

Come si vede dall'esempio; e cioè si ripete in tutti gli altri casi, la curva data in Fig. 3a ha un punto di flesso.

Così che sembra ragionevole interpretare come soglia dinamica di discriminazione quel valore K_d di K che corrisponde al punto di flesso. E' ovvio che al variare delle costanti di tempo della funzione eccitatrice e dei parametri del circuito, cioè dei coefficienti delle (8) varierà sia il valore di K_d sia l'inclinazione della $V(x,k)$ nel punto di flesso.

(x) - Per alcuni valori di K nelle curve $V(x;k)$ e $V_d(x;k)$ si hanno piccole oscillazioni la cui frequenza è sempre stata dell'ordine di $\sim \frac{100}{2\pi\sqrt{L}}$. Questo fatto è di dubbia interpretazione fisica.

D'altronde il metodo di integrazione numerica usato ed il passo adottato garantiscono che tali oscillazioni non sono dovute all'integrazione numerica [2], [3].

In queste condizioni di risposta oscillante si è assunto come valore massimo il massimo dei massimi.

Il valore della derivata $\frac{\partial V_{lim}}{\partial K}$, calcolato nel punto di flesso ora definito, può essere assunto come coefficiente di qualità del discriminatore in questione in quanto fornisce una misura della maggiore o minore definizione della soglia in condizioni dinamiche.

Ciò che interessa è vedere quanto la soglia dinamica, ora definita, differisce dalla soglia statica misurabile o calcolabile in regime di correnti lentissimamente variabili.

Ciò si può fare esaminando, come è stato fatto, un gran numero di casi particolari raggruppati volta per volta in diagrammi del tipo di quelli dati in Fig. 3a.

Chiaramente il valore di $K = 1$ corrisponde a valori di E coincidente con la soglia statica mentre $100(K_d - 1)$ indica la percentuale di scostamento dalla soglia statica in condizioni di regime dinamico definite dalle costanti di tempo τ_1 e τ_2 della funzione eccitatrice e dai parametri parassiti del diodo tunnel.

Tali scostamenti dalla soglia statica sono riportati nel diagramma di Fig. 4 in funzione dei parametri suddetti.

5) - Conclusioni.

Dal diagramma di Fig. 4 si deduce quanto segue:

"Per ottenere uno spostamento non superiore al 5% rispetto alla soglia statica occorrono le seguenti limitazioni sui parametri."

$$\tau_L < \frac{\tau_1}{5}$$
$$\tau_C < 5 \tau_1$$

$$R_p I_p > 0.714 \text{ Volt}$$

Tutto il calcolo svolto si fonda, come detto, sulle ipotesi che qui riassumiamo;

- a) - che il prodotto RI_p sia costante al variare di I_p ;
- b) - che la curva caratteristica del diodo tunnel sia approssimabile con due parabole;
- c) - che $\frac{R}{R_p}$ sia molto minore di uno;
- d) - che le caratteristiche statiche dei diodi al germanio impiegati differiscano, a parità $\frac{I_p}{I_v}$, solo per un fattore di scala. Il punto a è stato discusso in 1.

L'ipotesi di cui al punto c è, nelle normali condizioni di impiego, praticamente sempre soddisfatta.

L'ipotesi fatta in b è criticabile in quantoché si sarebbe potuto assumere alternativamente $R = \text{Cost}$.

Questa seconda ipotesi, più aderente alla realtà, avrebbe condotto a dover esaminare un enorme numero di casi con piccolo guadagno, verificato a posteriori, delle informazioni ricavate.

6) - Appendice.

Derivazione del sistema delle (1).

La Fig. 1 può venire ridisegnata sostituendo al posto dei generatori di tensione V_g e V_b che escono sulle resistenze R_g ed R_b due generatori di corrente I_g ed I_b mentre le resistenze R_g ed R_b vengono connesse direttamente a terra.

Per quanto detto deve essere:

$$(1a) \quad \frac{V_g}{R_g} = I_g \quad \frac{V_b}{R_b} = I_b$$

L'equazione che esprime l'annullamento della corrente nel nodo cui fanno capo L ; R_g ; R_L ; R_b si scrive:

$$(2a) \quad \frac{V}{R_p} + C \frac{dV_d}{dt} + f(V_d) = I_g + I_b$$

Scriviamo adesso, in funzione della corrente, la caduta di tensione dovuta ad L e ad R . Questa deve essere uguale a $V - V_d$ e quindi

$$(3a) \quad RI + L \frac{dI}{dt} = V - V_d$$

La corrente I però è data dalla differenza tra la corrente fornita dai generatori e quella che viene assorbita dalle resistenze in parallelo R ; R_b ; R_g e quindi

$$(4a) \quad I = I_g + I_b - \frac{V}{R_p} = \frac{V_g}{R_g} + \frac{V_b}{R_b} - \frac{V}{R_p}$$

introducendo questo valore di I nella equazione (3a) si ottiene

$$(5a) \quad \frac{I}{R_g} \frac{dV_g}{dt} - \frac{I}{R_p} \frac{dV}{dt} + \frac{R}{R_g} \frac{V_g}{L} + \frac{R}{R_b} \frac{V_b}{L} - \frac{R}{R_p} \frac{V}{L} = \\ = \frac{V - V_d}{L}$$

Sostituendo alle correnti I_g ed I_b che compaiono nella equazione 2^a i valori definiti dalla (1a) si ottiene la seconda della eq. (1).

Ringraziamenti.

Gli autori desiderano ringraziare vivamente il Dr. A. Turrin del servizio calcoli numerici per la sua collaborazione ed il Prof. I.F. Quercia per il suo costante incoraggiamento a questo lavoro.

Bibliografia

- 1) C. Infante and F. Pandarese, "The tunnel diode as a treshold device: Theory and application,,
Nuclear Electronics, Proceedings of the Conference on Nuclear Electronics, Belgrade 1961 (IAEA, Vienna, 1962) Vol. III, p. 29.
- 2) E. Scarborough, "Numerical Mathematical Analysis,,
(Oxford University Press, 1958).
- 3) A. Ralston and H.S. Wilf, "Mathematical methods for digital computers,, (Wiley and Sons., London, 1960).

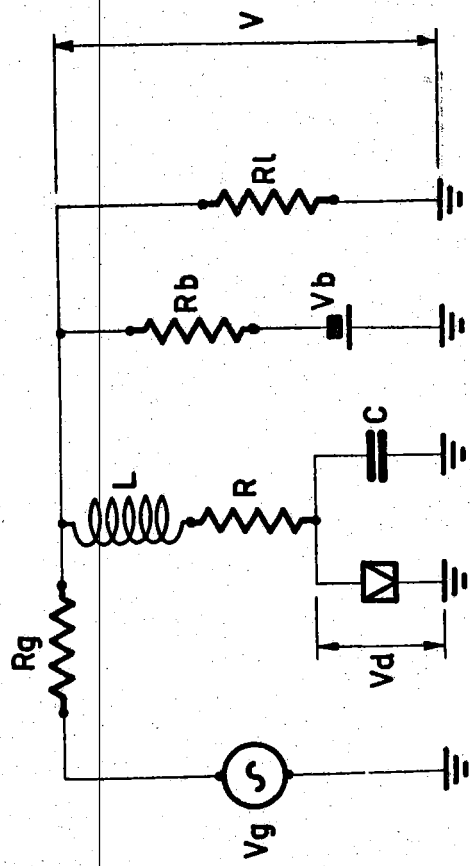
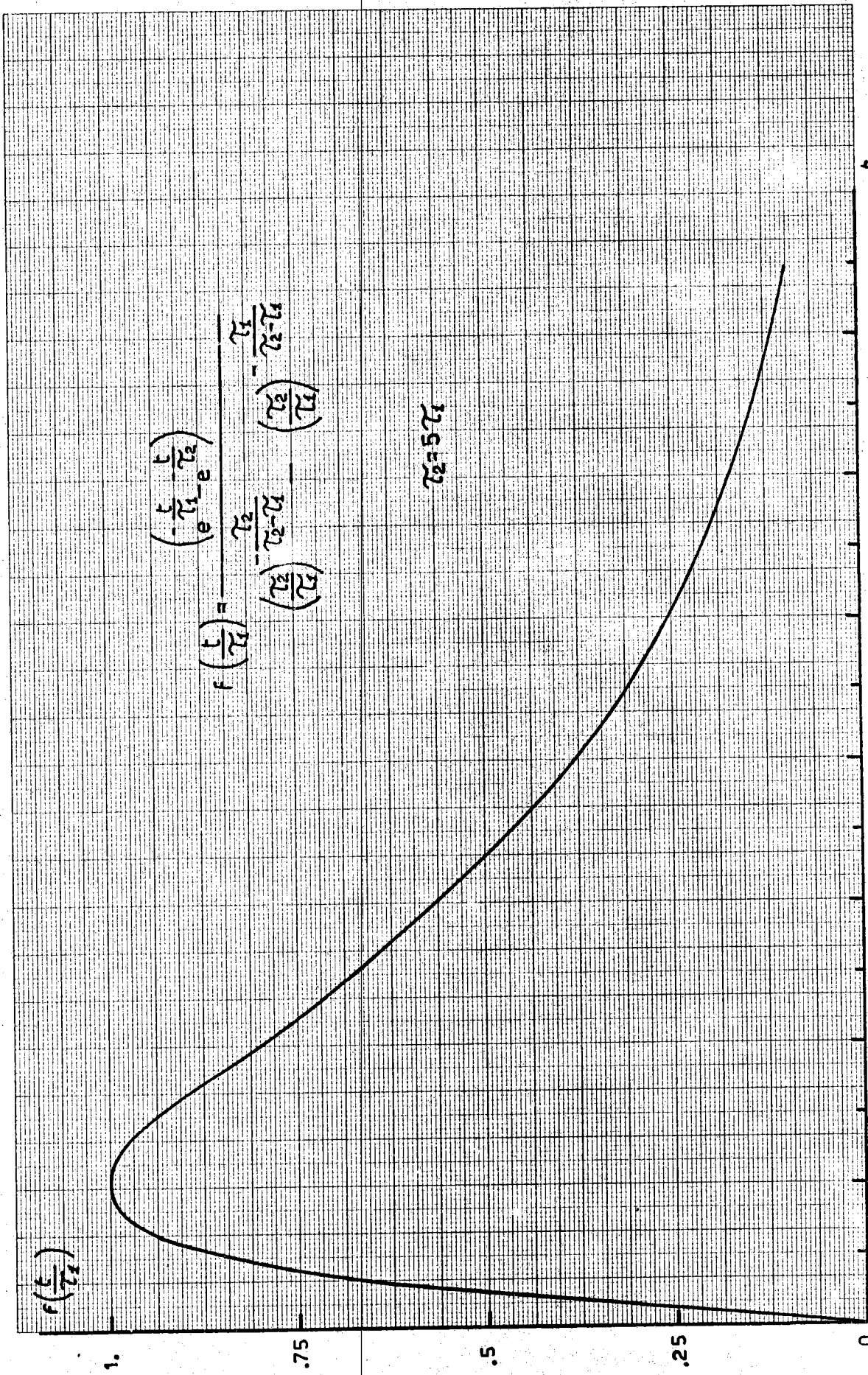


FIG. 1



$x = \frac{t}{2}$

12 14 15

FIG. 2

